

113 學年度 第一學期 國三數學補考題庫

範圍：第五冊

壹、選擇：

1. () 若 $xyz \neq 0$ ，且 $2x=3y=4z$ ，則 $x:y:z=?$
 (A) $6:4:3$ (B) $12:4:3$
 (C) $2:3:4$ (D) $4:3:2$

《答案》A

詳解：設 $2x=3y=4z=k$

$$\text{則 } x=\frac{k}{2}, y=\frac{k}{3}, z=\frac{k}{4}$$

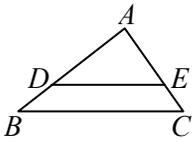
$$x:y:z=\frac{k}{2}:\frac{k}{3}:\frac{k}{4}$$

$$=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$$

$$=6:4:3$$

故選(A)

2. () 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD}=8$ ， $\overline{AB}=2x$ ， $\overline{AE}=x$ ， $\overline{AC}=9$ ，則 $x=?$



- (A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 12

《答案》A

詳解： $\because \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$

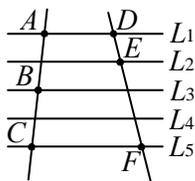
$$8 : 2x = x : 9, 2x^2 = 72, x^2 = 36, x = \pm 6 \text{ (負不合)}$$

故選(A)

3. () $\triangle ABC$ 中，已知 D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，則滿足下列哪一個條件時， \overline{DE} 不一定平行 \overline{BC} ？
 (A) $\overline{AD}=3$ ， $\overline{DB}=4$ ， $\overline{AE}=6$ ， $\overline{EC}=8$
 (B) $\overline{AD}=4$ ， $\overline{AB}=9$ ， $\overline{AE}=8$ ， $\overline{AC}=18$
 (C) $\overline{AB}=10$ ， $\overline{DB}=5$ ， $\overline{AC}=20$ ， $\overline{EC}=10$
 (D) $\overline{AD}=3$ ， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{DE}=1$ ， $\overline{BC}=2$

《答案》D

4. () 如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4 \parallel L_5$ ，且平行線間的距離均相等，則 \overline{DE} 是 \overline{EF} 的幾倍？



- (A) 1 (B) 3 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

《答案》D

詳解： $\because L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4 \parallel L_5$ ，且平行線間的距離均相等

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{EF}$$

故選(D)

5. () 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，其中 $\angle A$ 和 $\angle D$ 為對應點，且 $\angle A=90^\circ$ ， $\angle E=45^\circ$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{EF}=8\sqrt{2}$ ，則 \overline{DF} 之長為何？
 (A) $4\sqrt{2}$ (B) 8 (C) $8\sqrt{2}$ (D) 16

《答案》B

詳解： $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$

$\therefore \angle D = 90^\circ, \angle E = 45^\circ, \angle F = 45^\circ$

$\overline{DF} : \overline{EF} = 1 : \sqrt{2} = \overline{DF} : 8\sqrt{2}, \overline{DF} = 8$

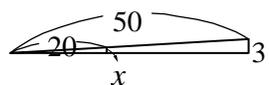
故選(B)

6. () 某一殘障人士專用的斜坡道長 50 公尺、高 3 公尺，某日阿珍從地面沿者斜坡往上走了 20 公尺後，停下來休息，則此時他離地面的高度為多少公尺？

(A)1.2 (B)1.4 (C)1.8 (D)2

《答案》A

詳解：

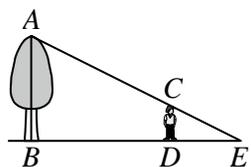


設所求高度為 x 公尺

則 $20 : 50 = x : 3$

$\Rightarrow x = 1.2$ (公尺)

7. () 小軒沿著一棵樹的影子 \overline{BE} 走到 D 點，此時，小軒的頭、樹的頂端 A 與樹影的末端剛好在同一直線上。若測量得小軒身高 $\overline{CD} = 2$ 公尺，小軒到樹的距離 $\overline{BD} = 8$ 公尺，小軒到樹影末端 E 的距離 $\overline{DE} = 4$ 公尺，則樹高 \overline{AB} 為多少公尺？



(A)12 (B)10 (C)8 (D)6

《答案》D

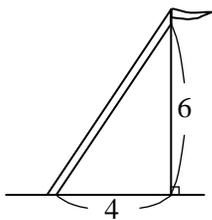
詳解： $\because \triangle ECD \sim \triangle EAB$ (AA 相似)

$\therefore \overline{DE} : \overline{BE} = \overline{CD} : \overline{AB}$

$\Rightarrow 4 : (4+8) = 2 : \overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = 6$

所以樹高 6 公尺

8. () 一旗杆高 6 公尺，中午過後不久，其影長為 4 公尺。若同一時間，旗杆上方插了一面旗子，旗子高出旗杆頂 50 公分，如圖所示，則旗子的影長為多少公尺？



(A)1 (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

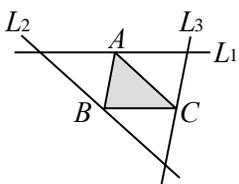
《答案》D

詳解：設旗子的影長 x 公尺

則 $6 : (6+0.5) = 4 : (4+x) \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

所以旗子的影長為 $\frac{1}{3}$ 公尺

9. () $\triangle ABC$ 中，過 A 點作直線 $L_1 \parallel \overline{BC}$ ，過 B 點作直線 $L_2 \parallel \overline{AC}$ ，過 C 點作直線 $L_3 \parallel \overline{AB}$ ，如圖所示。已知 $\triangle ABC$ 的面積為 12，則三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 所圍成的三角形面積為多少？



(A)12 (B)24 (C)36 (D)48

《答案》D

詳解：所求 = $4 \times \triangle ABC$ 面積 = $4 \times 12 = 48$

10. () $\triangle ABC$ 的三個內角為 30° 、 60° 、 90° ，若最短邊為 6 公分，則 $\triangle ABC$ 的面積為多少平方公分？

- (A) 18 (B) $18\sqrt{3}$ (C) 36 (D) $36\sqrt{3}$

《答案》B

詳解：兩股為 6 公分和 $6\sqrt{3}$ 公分

$$\text{面積} = \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \text{ (平方公分)}$$

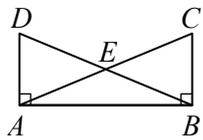
11. () 有大、小兩個半徑分別為 8 公尺和 4 公尺的圓形魚池，想用繩子分別將兩個魚池圍起來，繩長至少要有多少公尺？

- (A) 12π 公尺 (B) 24π 公尺 (C) 32π 公尺 (D) 36π 公尺

《答案》B

詳解： $8 \times 2 \times \pi + 4 \times 2 \times \pi = 24\pi$ (公尺)，故選(B)

12. () 如圖，已知 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ，則下列推論何者錯誤？



(A) $\overline{DE} = \overline{CE}$

(B) $\overline{AD} = \overline{BC}$

(C) $\angle ABD = \angle BAC$

(D) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ 是根據 ASA 全等性質

《答案》D

詳解： $\because \angle CBA = \angle DAB = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ， $\overline{AB} = \overline{AB}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD$ (RHS 全等性質)

$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{AD}$ ， $\angle BAC = \angle ABD$ ， $\angle C = \angle D$

$\triangle AED$ 和 $\triangle BEC$ 中

$\because \overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\angle D = \angle C$ ， $\angle DEA = \angle CEB$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle AED \cong \triangle BEC$ (AAS 全等性質)

$\Rightarrow \overline{DE} = \overline{CE}$

故選(D)

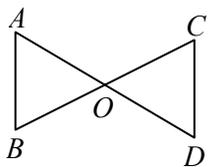
13. () 如圖， \overline{AD} 交 \overline{BC} 於 O 點，若 $\overline{OA} = \overline{OD}$ ， $\overline{OB} = \overline{OC}$ ，則下列敘述哪些是正確的：

甲： $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

乙： $\angle B = \angle C$

丙： $\overline{AB} = \overline{CD}$

丁： $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



(A) 甲

(B) 乙、丙

(C) 甲、丙、丁

(D) 甲、乙、丙、丁

《答案》D

詳解： $\because \overline{OA} = \overline{OD}$ ， $\overline{OB} = \overline{OC}$

且 $\angle AOB = \angle COD$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS 全等性質)

$\Rightarrow \angle B = \angle C$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$

$\because \angle B = \angle C$ (內錯角相等)

$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$

故選(D)

14. ()兩個直角三角形在下列何種條件下不一定全等？

- (A)兩銳角對應相等 (B)一斜邊及一股等長
(C)兩股對應相等 (D)一斜邊及一銳角對應相等

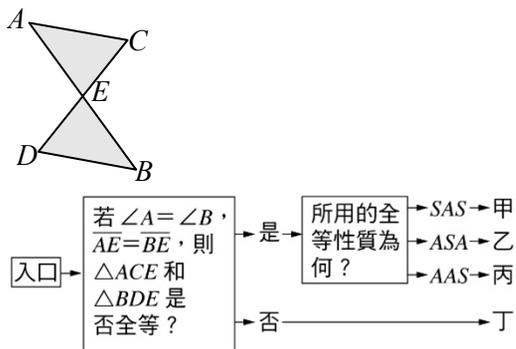
《答案》A

詳解：(A)AAA 為相似性質，不一定會全等

(B)RHS 全等性質 (C)SAS 全等性質 (D)AAS 全等性質

故選(A)

15. ()有一個數學遊戲如下圖所示：由左方入口進入，依框內指示，根據下圖兩個三角形判斷正確的路徑，則出口為何？



- (A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁

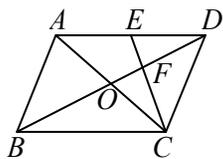
《答案》B

詳解：∵ $\angle A = \angle B$, $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\angle AEC = \angle BED$

∴ $\triangle ACE \cong \triangle BDE$ (ASA 全等性質)

故選(B)

16. ()如圖，平行四邊形 ABCD 中，兩對角線相交於 O，E 為 \overline{AD} 中點， \overline{CE} 交 \overline{BD} 於 F，則 $\overline{OF} : \overline{BD} = ?$



- (A)1 : 3 (B)1 : 4 (C)1 : 5 (D)1 : 6

《答案》D

詳解：∵ 平行四邊形的對角線會互相平分

∴ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

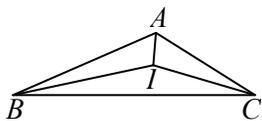
⇒ O 為 \overline{AC} 的中點， $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD}$

又 E 為 \overline{AD} 的中點，∴ F 為 $\triangle ACD$ 的重心

$\overline{OF} = \frac{1}{3} \overline{OD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{6} \overline{BD}$

⇒ $\overline{OF} : \overline{BD} = 1 : 6$

17. ()如圖，I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\overline{AB} = 8$ 公分， $\overline{AC} = 6$ 公分，且 $\triangle ABI$ 的面積為 6 平方公分，則 $\triangle ACI$ 的面積為多少平方公分？



- (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{11}{3}$ (C)6 (D)8

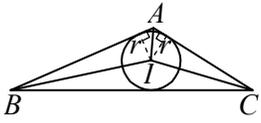
《答案》A

詳解：設圓 I 的半徑為 r，如圖

則 $\triangle ABI$ 的面積 = $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r = 6$

⇒ $\frac{1}{2} \times 8 \times r = 6 \Rightarrow r = \frac{3}{2}$

$\triangle ACI$ 面積 = $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times r = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ (平方公分)



18. () I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則 $\triangle AIB$ 、 $\triangle BIC$ 、 $\triangle AIC$ 的面積比為何？

- (A) 3 : 4 : 6 (B) 6 : 4 : 3 (C) 4 : 3 : 2 (D) 2 : 3 : 4

《答案》D

詳解：設內切圓的半徑為 r

$\triangle AIB$ 的面積 : $\triangle BIC$ 的面積 : $\triangle AIC$ 的面積

$$= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times r\right) : \left(\frac{1}{2} \times 9 \times r\right) : \left(\frac{1}{2} \times 12 \times r\right) = 6 : 9 : 12 = 2 : 3 : 4$$

19. () 已知 O 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則 $\triangle AOB$ 面積 : $\triangle BOC$ 面積 : $\triangle AOC$ 面積 = ?

- (A) 1 : 2 : 3 (B) 3 : 4 : 5
(C) 3 : 5 : 4 (D) 4 : 5 : 6

《答案》C

詳解： $\because \angle A = 90^\circ$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$$

設 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 r

則 $\triangle AOB$ 的面積 : $\triangle BOC$ 的面積 : $\triangle AOC$ 的面積

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times r\right) : \left(\frac{1}{2} \times 15 \times r\right) : \left(\frac{1}{2} \times 12 \times r\right) = 9 : 15 : 12 = 3 : 5 : 4$$

20. () 若 \overline{AB} 為圓 O 的一弦，且 \overline{AB} 小於半徑，則圓心角 $\angle AOB$ 的度數可能為多少度？

- (A) 45°
(B) 60°
(C) 75°
(D) 90°

《答案》A 【習】

21. () 三角形 ABC 三邊和為 66 公分， $\overline{AB} : \overline{BC} = 4 : 5$ ， $\overline{BC} : \overline{CA} = 2 : 3$ ，則三角形 ABC 的最長邊為多少？

- (A) 28 公分 (B) 30 公分
(C) 40 公分 (D) 32 公分

《答案》B

詳解： $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 8 : 10 : 15$

最長邊為 \overline{CA} ， $66 \times \frac{15}{8+10+15} = 30$ (公分)

故選(B)

22. () 若 $abc \neq 0$ ， $3(b+c) = 4(a+c) = 6(a+b)$ ，依 $bc : ca : ab$ 的比將 92 分成三份，則此三組值各為多少？

- (A) 15、5、3 (B) 20、12、60
(C) 60、20、12 (D) 8、24、60

《答案》C

詳解： $\begin{cases} 3(b+c) = 4(a+c) \Rightarrow 4a - 3b = -c \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 4(a+c) = 6(a+b) \Rightarrow 2a + 6b = 4c \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} : 10a = 2c, a = \frac{1}{5}c$$

$$\text{代入} \textcircled{1} : b = \frac{3}{5}c$$

$$\text{則 } a : b : c = \frac{1}{5}c : \frac{3}{5}c : c = 1 : 3 : 5$$

$$bc : ca : ab = 15 : 5 : 3$$

$$bc = 92 \times \frac{15}{15+5+3} = 60$$

$$ca = 92 \times \frac{5}{15+5+3} = 20$$

$$ab = 92 \times \frac{3}{15+5+3} = 12$$

故選(C)

23. () 設 a 、 b 、 c 為三正整數， $a : b : c = 2 : 3 : 4$ ，且 $[a, b, c] = 240$ ，則 $a + b + c = ?$

(A)160 (B)170 (C)180 (D)190

《答案》C

詳解：設 $a = 2k$ ， $b = 3k$ ， $c = 4k$

$[a, b, c] = [2k, 3k, 4k] = 12k$

$12k = 240$ ， $k = 20$

則 $a = 40$ ， $b = 60$ ， $c = 80$

$40 + 60 + 80 = 180$

故選(C)

24. () 設 $x : y = 3 : 4$ 、 $y : z = 5 : 6$ ，且 $x + y + z = 118$ ，則 $xyz = ?$

(A)56700 (B)57600

(C)62600 (D)63600

《答案》B

詳解：由 $x : y = 3 : 4$ ， $y : z = 5 : 6$

$\Rightarrow x : y : z = 15 : 20 : 24$

設 $x = 15k$ ， $y = 20k$ ， $z = 24k$

$x + y + z = 15k + 20k + 24k = 118$

$59k = 118$

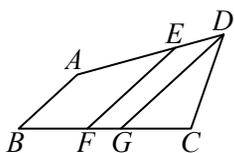
$k = 2$

得 $x = 30$ ， $y = 40$ ， $z = 48$

$xyz = 30 \times 40 \times 48 = 57600$

故選(B)

25. () 如圖，在四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DG}$ ，且 $\overline{BF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 2 : 1 : 2$ ， $2\overline{AE} = 3\overline{BF}$ ，則 $\overline{AD} : \overline{BC} = ?$



(A)2 : 3 (B)4 : 5 (C)7 : 9 (D)9 : 10

《答案》D

詳解：設 $\overline{BF} = 2a$ ， $\overline{FG} = a$ ， $\overline{GC} = 2a$

又 $\overline{AE} : \overline{BF} = 3 : 2$

$\therefore \overline{AE} = 3a$

又 $\overline{BF} : \overline{FG} = \overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$

$\therefore \overline{ED} = 1.5a$

$\Rightarrow \overline{AD} : \overline{BC} = (3a + 1.5a) : (2a + a + 2a) = 9 : 10$

26. () 聖英想在紙上畫出如附圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮放圖，下面是她畫圖的步驟：

步驟一：用尺量出四個邊的長度

步驟二：用量角器量出四個角的角度

步驟三：將四個邊的長度分別除以 2，四個角的角度分別除以 2

步驟四：根據步驟三算出的長度和角度，畫出一個四邊形

判斷上面步驟是否完全正確？



(A)不正確，在步驟一發生錯誤

(B)不正確，在步驟二發生錯誤

(C)不正確，在步驟三發生錯誤

(D)完全正確

《答案》C

詳解：縮放圖形的對應角相等，對應邊成比例

故選(C)

27. ()下列敘述何者不正確？

- (A)兩三角形相似，則對應邊成比例
- (B)對應邊成比例的兩三角形必相似
- (C)兩多邊形相似，則對應角相等
- (D)對應角相等的兩多邊形必相似

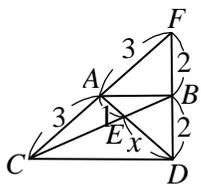
《答案》D

詳解：(A)(B)兩三角形相似 \Leftrightarrow 對應邊成比例

(C)(D)兩多邊形相似 \Leftrightarrow 對應角相等且對應邊成比例

故選(D)

28. ()如圖，四邊形 $ABDC$ 中， \overline{AD} 和 \overline{BC} 相交於 E 點，直線 AC 與直線 BD 交於 F 點，則 $x = ?$



- (A)2 (B)3 (C)4 (D)以上皆非

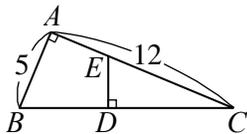
《答案》A

詳解： $\because \overline{AF} : \overline{AC} = 1 : 1 = \overline{BF} : \overline{BD}$

$\therefore \overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 2 = \overline{AE} : \overline{ED}$

$\Rightarrow 1 : 2 = 1 : x \Rightarrow x = 2$

29. ()如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則 $\overline{CD} : \overline{DE} : \overline{CE} = ?$



- (A)5 : 12 : 13 (B)12 : 5 : 13

- (C)5 : 12 : 15 (D)12 : 5 : 15

《答案》B

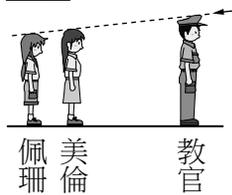
詳解： $\because \angle A = \angle EDC = 90^\circ$ ， $\angle C = \angle C$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 相似性質)

$\Rightarrow \overline{CD} : \overline{DE} : \overline{CE} = \overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC}$

$= 12 : 5 : \sqrt{12^2 + 5^2} = 12 : 5 : 13$

30. ()如圖，朝會時教官、美倫、佩珊恰好站在同一排；已知美倫和佩珊的身高分別是 156 公分和 149 公分，且教官和美倫的距離恰好是美倫和佩珊距離的 3 倍，試求教官的身高是多少公分？



- (A)174 (B)175 (C)176 (D)177

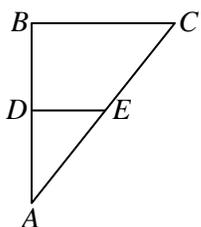
《答案》D

詳解：設教官的身高為 x 公分

由題意得

$(156 - 149) : (x - 149) = 1 : (1 + 3) \Rightarrow x = 177$

31. ()如圖，已知 \overline{AD} 、 \overline{DE} 長，若要測量 \overline{BC} 的長度，則還需要下列哪些條件才足夠？



- (A) \overline{AE} 與 \overline{EC} 長 (B) $\overline{DE} + \overline{AB}$ 與 \overline{AB} 長

(C) \overline{BD} 與 \overline{AC} 長 (D) $\overline{DE} // \overline{BC}$ 與 \overline{BD} 長

《答案》D

詳解： \therefore 要利用 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

\therefore 還需要 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 與 \overline{BD} 的長才夠

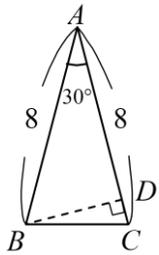
故選(D)

32. () 若一等腰三角形的頂角為 30° ，一腰長為 8，則其面積為多少？

(A)6 (B)9 (C)12 (D)16

《答案》D

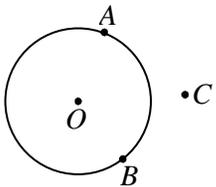
詳解：



如圖， \overline{AC} 上的高 $\overline{BD} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

故所求 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$

33. () 如圖，在平面上有一圓 O ，若有 A 、 B 、 C 三點其與圓心的距離分別為 a 、 b 、 c ，則 $a - (b + c) = ?$



(A)0 (B)c (C) $-c$ (D) $a - b$

《答案》C

詳解： $\therefore A$ 、 B 在圓上， $\therefore a = b =$ 半徑

又 C 在圓外， $\therefore c >$ 半徑

則 $a - (b + c) = -c$

故選(C)

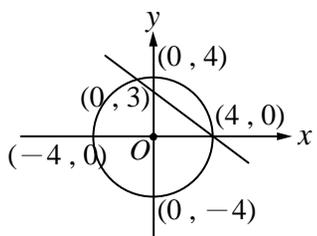
34. () 在坐標平面上，一直線通過 $(0, 3)$ 、 $(4, 0)$ 兩點，則一個以 $(0, 0)$ 為圓心，半徑為 4 的圓與此直線的關係為何？

(A)不相交 (B)相切 (C)交於兩點 (D)不能判定

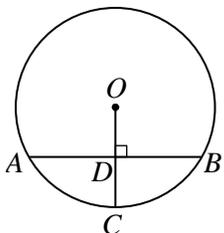
《答案》C

詳解：如圖，可知此直線與圓相交於兩點

故選(C)



35. () 如圖， \overline{AB} 為 \overline{OC} 的中垂線，且 $\overline{OC} = 4$ ，則 $\overline{AB} = ?$



(A) $3\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{2}$

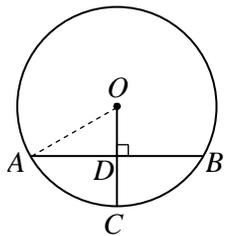
《答案》B

詳解：連接 \overline{OA} ，如圖

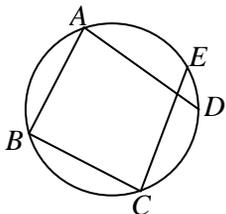
$\overline{OA} = \overline{OC} = 4$ ， $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{OC} = 2$

$$\therefore \overline{AD} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OD}^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



36. () 如圖，A、B、C、D、E 為圓上五點，若 $\widehat{DE} = 30^\circ$ ，則 $\angle A + \angle C = ?$



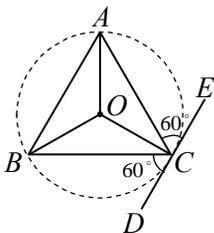
(A) 195° (B) 185° (C) 175° (D) 165°

《答案》D

$$\text{詳解： } \angle A + \angle C = \frac{1}{2}\widehat{BCD} + \frac{1}{2}\widehat{BAE}$$

$$= \frac{1}{2}(360^\circ - \widehat{DE}) = 165^\circ$$

37. () 如圖，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的外接圓， \overline{DE} 切圓 O 於 C 點， $\angle BCD = 60^\circ$ ， $\angle ACE = 60^\circ$ ，可利用何種全等性質證明 $\triangle AOB \cong \triangle BOC$ ？



(A) SSS (B) SAS (C) ASA (D) AAS

《答案》B

$$\text{詳解： } \because \overline{CO} \perp \overline{DE}$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OCA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\text{又 } \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$$

$$\therefore \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\angle AOB = 360^\circ - 120^\circ - 120^\circ = 120^\circ$$

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle BOC$ 中

$$\because \overline{AO} = \overline{CO}, \angle AOB = \angle BOC = 120^\circ, \overline{BO} = \overline{BO}$$

$$\therefore \text{由 SAS 全等性質可得 } \triangle AOB \cong \triangle BOC$$

38. () 下列敘述何者錯誤？

(A) 若 a 為奇數，則 $(a+1)^2 - a^2$ 必為奇數

(B) 若 a 為偶數，則 $(a+1)^2$ 必為奇數

(C) 若 a 為偶數，則 a^2 必為 4 的倍數

(D) 若 a 為奇數，則 $3(a+1)^2$ 必為 24 的倍數

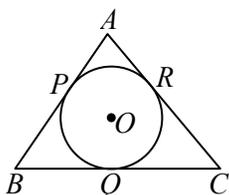
《答案》D

詳解：(D) 設 $a = 2k + 1$ (其中 k 為整數)

$$3(a+1)^2 = 3[(2k+1)+1]^2 = 3(2k+2)^2 = 12(k+1)^2$$

必為 12 的倍數

39. () 如圖，已知 $\triangle ABC$ 的內切圓切三邊於 P、Q、R 三點，則下列敘述何者正確？



- (A) O 點為三邊的垂直平分線交點
 (B) $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 (C) $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AR} = \overline{CR}$, $\overline{BR} = \overline{CQ}$
 (D) $\angle B$ 與 $\angle POQ$ 互補

《答案》D

詳解： $\because O$ 為 $\triangle ABC$ 的內切圓圓心

$\therefore O$ 為 $\triangle ABC$ 三內角的角平分線交點

\overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 不一定相等(除非 $\triangle ABC$ 為正三角形)

連接 \overline{OP} 、 \overline{OQ} 、 \overline{OR} ，如圖

$\because P$ 、 Q 、 R 為切點

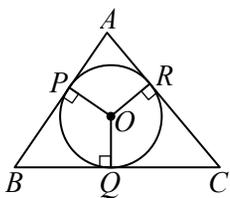
$\therefore \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{BP} = \overline{BQ}$, $\overline{CQ} = \overline{CR}$, 且 $\overline{OP} \perp \overline{AB}$ 、 $\overline{OQ} \perp \overline{BC}$

$\angle B + \angle POQ = 360^\circ - \angle OPB - \angle OQB$

$= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle B$ 與 $\angle POQ$ 互補

故選(D)



40. () 直角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，若 $\overline{BC} = 5$ 公分，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積為多少平方公分？

- (A) 25π (B) 36π (C) 50π (D) 75π

《答案》A

詳解： $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

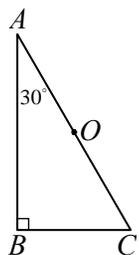
$\triangle ABC$ 為 30° 、 60° 、 90° 的三角形

$\overline{AC} = 2\overline{BC} = 2 \times 5 = 10$

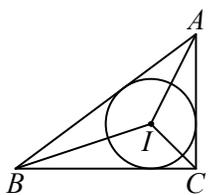
又外心 O 在斜邊 \overline{AC} 中點上

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積 $= \pi \times 5^2 = 25\pi$ (平方公分)



41. () 如圖，圓 I 為直角 $\triangle ABC$ 的內切圓，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則 $\triangle AIB$ 面積與 $\triangle AIC$ 的面積相差多少？



- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

《答案》D

詳解： $\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

內切圓半徑 $= (12 + 16 - 20) \div 2 = 4$

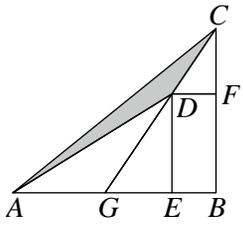
$\triangle AIB$ 面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 4 = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40$

$\triangle AIC$ 面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 4 = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$

$40 - 24 = 16$

42. () 如圖， D 為 $\triangle ABC$ 內部一點， E 、 F 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 上，且四邊形 $DEBF$ 為矩形，直線 CD 交 \overline{AB} 於 G 點。若

$\overline{CF} = 6$, $\overline{BF} = 9$, $\overline{AG} = 8$, 則 $\triangle ADC$ 的面積為何? 【會 103】



(A) 16 (B) 24 (C) 36 (D) 54

《答案》B 【會 103】

詳解： $\triangle CGB$ 中

$\because \overline{DF} \parallel \overline{BG}$ (四邊形 $DEBF$ 為矩形)

$\therefore \overline{CD} : \overline{DG} = \overline{CF} : \overline{BF} = 6 : 9 = 2 : 3$

$\triangle AGC$ 中

$\triangle AGD$ 面積： $\triangle ADC$ 面積

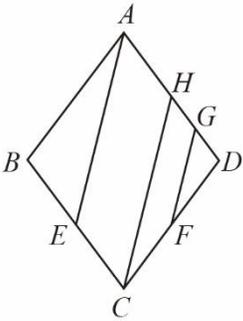
$= \overline{DG} : \overline{CD} = 3 : 2$ (同高)

又 $\triangle AGD$ 面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AG} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36$

$\therefore \triangle ADC$ 面積 $= 36 \times \frac{2}{3} = 24$

故選(B)

43. () 如圖，菱形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{BC} 上， F 點在 \overline{CD} 上， G 點、 H 點在 \overline{AD} 上，且 $\overline{AE} \parallel \overline{HC} \parallel \overline{GF}$ 。若 $\overline{AH} = 8$ ， $\overline{HG} = 5$ ， $\overline{GD} = 4$ ，則下列選項中的線段，何者的長度最長? 【會 110】



(A) \overline{CF} (B) \overline{FD} (C) \overline{BE} (D) \overline{EC}

《答案》A 【會 110】

詳解： \because 四邊形 $AECH$ 為平行四邊形

$\therefore \overline{EC} = \overline{AH} = 8$

$\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 8 + 5 + 4 = 17$

$\Rightarrow \overline{BE} = 17 - 8 = 9$

又 $\overline{CF} : \overline{FD} = \overline{HG} : \overline{GD} = 5 : 4$

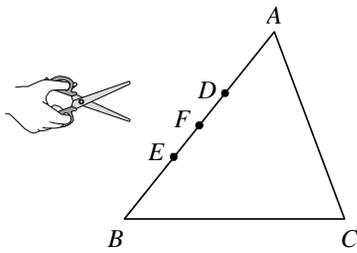
$\therefore \overline{CF} = 17 \times \frac{5}{5+4} = \frac{85}{9}$

$\overline{FD} = 17 \times \frac{4}{5+4} = \frac{68}{9}$

$\Rightarrow \overline{CF}$ 的長度最長，故選(A)

44. () 下圖為三角形紙片 ABC ，其中 D 點和 E 點將 \overline{AB} 分成三等分， F 點為 \overline{DE} 中點。若小慕從 \overline{AB} 上的一點 P ，沿著與直線 BC 平行的方向將紙片剪開後，剪下的小三角形紙片面積為 $\triangle ABC$ 的 $\frac{1}{3}$ ，則下列關於 P 點位置的敘述，何者正確?

【會 109】



- (A) 與 D 點重合
 (B) 與 E 點重合
 (C) 在 \overline{DF} 上，但不與 D 點也不與 F 點重合
 (D) 在 \overline{FE} 上，但不與 F 點也不與 E 點重合

《答案》D 【會 109】

詳解：設剪下的小三角形為 $\triangle APQ$

$\because \overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC$ (AA 相似)

沿 D 點剪開， $\triangle APQ$ 面積 = $\frac{1}{9}$ $\triangle ABC$ 面積

沿 F 點剪開， $\triangle APQ$ 面積 = $\frac{1}{4}$ $\triangle ABC$ 面積

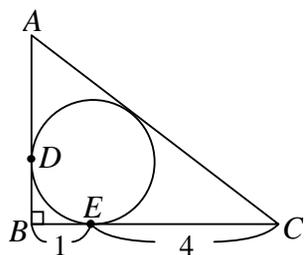
沿 E 點剪開 $\triangle APQ$ 面積 = $\frac{4}{9}$ $\triangle ABC$ 面積

$\triangle APQ$ 面積 = $\frac{1}{3}$ $\triangle ABC$ 面積 = $\frac{3}{9}$ $\triangle ABC$ 面積

$\Rightarrow P$ 點在 \overline{FE} 上，但不與 F 、 E 兩點重合

故選(D)

45. () 如下圖，直角三角形 ABC 的內切圓分別與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 相切於 D 點、 E 點。根據圖中標示的長度與角度，求 \overline{AD} 的長度為何？【會 108】



- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$

《答案》D 【會 108】

詳解：設此內切圓與 \overline{AC} 相切於 F 點

由切線性質知：

$$\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF}$$

設 \overline{AD} 長為 x

則依據下圖與畢氏定理列式：

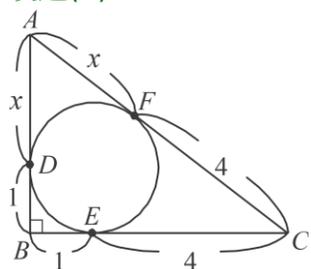
$$(x+1)^2 + 5^2 = (x+4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 25 = x^2 + 8x + 16$$

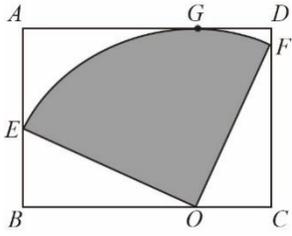
$$\Rightarrow 6x = 10, x = \frac{5}{3}$$

$$\text{即 } \overline{AD} = \frac{5}{3}$$

故選(D)



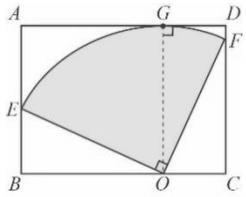
46. () 如圖，矩形 $ABCD$ 內有一灰色扇形 EOF ，其中 E 、 O 、 F 分別在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上，且 \widehat{AB} 與 \overline{AD} 相切於 G 點。若 $\overline{BO} = 2$ ， $\overline{CO} = 1$ ， $\angle EOF = 90^\circ$ ，則矩形 $ABCD$ 的周長為何？【會 109(補考)】



- (A) 9 (B) 10 (C) $6 + 2\sqrt{3}$ (D) $6 + 2\sqrt{5}$

《答案》D 【會 109(補考)】

詳解：在 $\triangle OBE$ 與 $\triangle FCO$ 中



$$\because \angle EOB = \angle OFC, \angle B = \angle C, \overline{OE} = \overline{OF}$$

$$\therefore \triangle OBE \cong \triangle FCO (\text{AAS 全等})$$

$$\Rightarrow \overline{FC} = \overline{OB} = 2$$

連接 \overline{GO}

$$\because G \text{ 為切點}, \therefore \overline{AD} \perp \overline{GO}$$

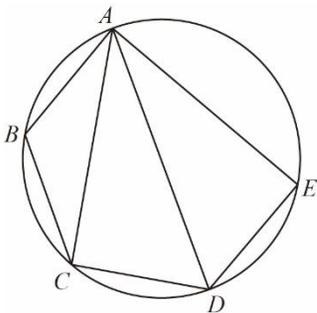
$$\text{又 } \overline{GO} = \overline{FO} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{矩形 } ABCD \text{ 的周長} = 2 \times (3 + \sqrt{5}) = 6 + 2\sqrt{5}$$

故選(D)

47. () $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ADE$ 的頂點都在同一圓上，其中各點位置如圖所示。若 $\overline{AC} = \overline{AE}$ ，且 $\angle CAD = \angle DAE = 30^\circ$ ，

$\angle BAC = 29^\circ$ ，則 \widehat{AB} 的度數為何？【會 109(補考)】



- (A) 56 (B) 58 (C) 60 (D) 62

《答案》D 【會 109(補考)】

詳解： $\because \overline{AC} = \overline{AE}$ ， $\therefore \widehat{AC} = \widehat{AE}$

$$\text{又 } \widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{AE} = 360^\circ$$

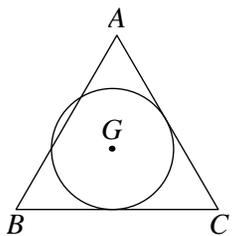
$$\Rightarrow \widehat{AB} + 29^\circ \times 2 + 30^\circ \times 2 \times 2 + \widehat{AB} + 29^\circ \times 2 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2\widehat{AB} = 124^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 62^\circ$$

故選(D)

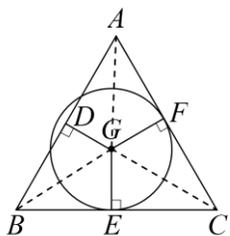
48. () 如圖， G 為 $\triangle ABC$ 的重心。若圓 G 分別與 \overline{AC} 、 \overline{BC} 相切，且與 \overline{AB} 相交於兩點，則關於 $\triangle ABC$ 三邊長的大小關係，下列何者正確？【會 103】



- (A) $\overline{BC} < \overline{AC}$
 (B) $\overline{BC} > \overline{AC}$
 (C) $\overline{AB} < \overline{AC}$
 (D) $\overline{AB} > \overline{AC}$

《答案》D 【會 103】

詳解：



連 \overline{AG} 、 \overline{BG} 、 \overline{CG}

作 $\overline{GD} \perp \overline{AB}$ 、 $\overline{GE} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{GF} \perp \overline{AC}$

$\Rightarrow \overline{GE} = \overline{GF} =$ 圓 G 的半徑 r

設 $\overline{GD} = a$

$\because G$ 為重心

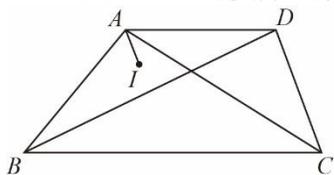
$\therefore \triangle ABG$ 面積 $= \triangle BCG$ 面積 $= \triangle ACG$ 面積

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times a = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times r$$

$\because a < r, \therefore \overline{AB} > \overline{BC} = \overline{AC}$

故選(D)

49. () 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{CA} 為 $\angle BCD$ 的角平分線， I 點為 $\triangle ABD$ 的內心。若 $\angle ADC = 110^\circ$ ， $\angle ABC = 50^\circ$ ，則 $\angle IAC$ 的度數為何？【會 109(補考)】

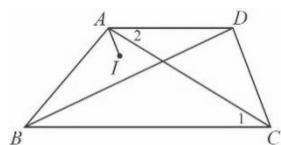


- (A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35

《答案》C 【會 109(補考)】

詳解： $\because \angle BCD = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$$\Rightarrow \angle 1 = \frac{1}{2} \angle BCD = 35^\circ$$



$\therefore \angle 2 = \angle 1 = 35^\circ$

又 $\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

且 I 為 $\triangle ABD$ 的內心

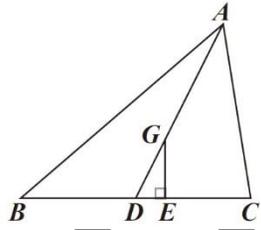
$$\therefore \angle IAD = \frac{1}{2} \angle BAD = 65^\circ$$

$$\Rightarrow \angle IAC = 65^\circ - \angle 2 = 65^\circ - 35^\circ = 30^\circ$$

故選(C)

50. () 如圖， G 為 $\triangle ABC$ 的重心，直線 AG 與 \overline{BC} 相交於 D 點， E 點在 \overline{CD} 上且 $\overline{GE} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{BE} = 5$ ， $\overline{CE} = 3$ ， $\overline{GE} =$

2，則 \overline{AG} 的長度為多少？【會 110(補考)】



- (A) $\sqrt{13}$ (B) $\sqrt{29}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{5}$

《答案》D 【會 110(補考)】

詳解： $\because G$ 為 $\triangle ABC$ 重心

$\therefore D$ 為 \overline{BC} 中點且 $\overline{AG} = 2\overline{GD}$

$$\overline{DE} = \overline{CD} - \overline{CE}$$

$$= \frac{1}{2}\overline{BC} - \overline{CE} = \frac{1}{2}(5+3) - 3 = 1$$

在 $\triangle GDE$ 中

$$\overline{GD} = \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{GE}^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{AG} = 2\overline{GD} = 2\sqrt{5}$$

故選(D)